

- 7** Data la funzione $f(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2$, dopo aver determinato il campo di esistenza, ricerca l'eventuale asintoto verticale.

- 7** La funzione $f(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2$ è definita per $x > 0$. Potrebbe ammettere asintoto verticale nell'intorno destro di 0. Valutiamo pertanto il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x = \frac{1}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x^2}}.$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$. Appliciamo, quindi, il teorema di De l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{2}{x^3}} = 0.$$

Allora la funzione non ha asintoto verticale.